

# Државно такмичење из математике

## осми разред:

2002.

1. Наћи сва целобројна решења једначине  $2^x + 1 = y^2$ .
2. У квадрат је уписан правоугаоник тако што су странице тог правоугаоника паралелне дијагоналама квадрата, а темена тог правоугаоника су на страницама квадрата. Наћи највећу могућу површину на тај начин уписаног правоугаоника ако је страница квадрата 5 cm.
3. 20 жутих и 30 зелених робота направе 80 аутомобила за 4 дана, а 50 жутих и 40 зелених робота направе 230 аутомобила за 6 дана. Колико аутомобила направи 160 жутих и 180 зелених робота за 8 дана?
4. Нека је  $OABC$  пирамида чије су ивице  $OA$ ,  $OB$  и  $OC$  међусобно нормалне. Доказати да је
$$(P_{\triangle ABC})^2 = (P_{\triangle OAB})^2 + (P_{\triangle OBC})^2 + (P_{\triangle OCA})^2.$$
5. Квадрат је са 9 правих паралелних једној и 9 правих паралелних другој страници подељен на 100 правоугаоника од којих су тачно 9 квадрати. Доказати да су од тих 9 квадрата бар два подударна.