

Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

09.02.2002.

Четврти разред – Б категорија

1. Нека је $S = \left\{ z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re} \left(\frac{z - 6i}{z + 8} \right) = 0 \right\}$. Доказати да постоји кружница k у рацни комплексних бројева таква да је $S \subset k$. Да ли је $S = k$?
2. Решити неједначину $\log_x \frac{12 - 4x}{4 - x} \leq 1$.
3. На параболу $y^2 = 2x$ наћи тачку најближу тачки $(1, 4)$.
4. Одредити константе a, b, c тако да за сваки природан број n важи

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5^2} + \frac{3}{5^3} + \cdots + \frac{n}{5^n} = a + \frac{bn + c}{16 \cdot 5^n}.$$

5. Израчунати

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \cdots + \frac{n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n \cdot (n + 1)} \right).$$

Време за рад 180 минута.