

Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

03.02.2001.

Други разред – А категорија

1. Ако су са t_a , t_b и t_c означене дужине тежишних дужи које одговарају страницама a , b , c датог троугла и ако је $t = \frac{t_a+t_b+t_c}{2}$, доказати да се површина S овог троугла може израчунати формулом

$$S = \frac{4}{3} \sqrt{t(t-t_a)(t-t_b)(t-t_c)}.$$

2. Ако су a , b , c странице троугла и s његов полубим, доказати неједнакост

$$\frac{1}{s-a} + \frac{1}{s-b} + \frac{1}{s-c} \geq 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

3. Доказати да је $\operatorname{tg} 9^\circ - \operatorname{tg} 27^\circ - \operatorname{tg} 63^\circ + \operatorname{tg} 81^\circ = 4$.

4. Наћи она решења система једначина

$$\begin{aligned} y + 2 &= (3 - x)^2 \\ (2z - y)(y + 2) &= 9 + 4y \\ x^2 + z^2 &= 4x \end{aligned}$$

која задовољавају услов $z \geq 0$.

5. Доказати да је $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3}$ ирационалан број.

Време за рад 180 минута.