

Државно такмичење из математике

осми разред: 2001. године

391. Наставница је поређала у врсту 20 ученика и поделила им 800 бомбона. Сваки ученик је добио задатак да израчуна количник $\frac{x}{x+2k-1}$, где је x број бомбона које је добио, а k редни број свог места у врсти. Испоставило се да су ти количници за свих 20 ученика били једнаки. Колико бомбона је добио ученик који је био дванаести у врсти?

392. На шаховском турниру свако игра са сваким по једну партију. Такмичари су мајстори и велемајстори. На крају турнира се испоставило да су сви велемајстори победили све мајсторе и у тим партијама сакупили половину поена који се могу добити на целом турниру. Ако у свакој партији победник добија 1 поен, поражени 0 поена, а у случају ремија (нерешеног исхода) оба играча добијају по пола поена, доказати да је број учесника турнира квадрат неког природног броја.

393. Правилна тространа пирамида $ABCS$, основне ивице a и висине H пресечена је са равни која садржи средишта основних ивица AB и AC и паралелна је са бочном ивицом AS . Израчунати обим и површину пресека.

394. Дата је четвртина круга одређена међусобно нормалним полупречницима OA и OB . Права p паралелна са тетивом AB сече лук AB у тачки C (тачка C је једна од две пресечне тачке), а продужетке дужи OA и OB у тачкама P и Q . Доказати да је $AB^2 = PC^2 + QC^2$.

395. По кругу треба распоредити цифре 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Да ли је могуће направити такав распоред да збир сваке три узастопне цифре:

(а) није већи од 14;

(б) није већи од 15?

Ако је могуће, навести по један пример таквих распореда.