

Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

03.02.2001.

Трећи разред – Б категорија

1. Решити неједначину

$$\sin^2 x_1 + \dots + \sin^2 x_{1000} + \frac{1}{\sin^2 x_1} + \dots + \frac{1}{\sin^2 x_{1000}} \leq 2000.$$

2. У зарубљену купу је могуће уписати сферу. Притом је полупречник описане сфере око зарубљене купе $\sqrt{30}$ пута већи од полупречника уписане сфере. Одредити угао који заклапа изводница купе са равни основе.
3. Доказати да је $\cos 24^\circ + \cos 48^\circ - \cos 84^\circ - \cos 12^\circ = \frac{1}{2}$.
4. Нека је a_0 произвољан цео број и $a_{n+1} = 4 + a_0 a_1 \cdots a_n$ ($n \geq 0$). Доказати да су сви бројеви a_n ($n \geq 2$) потпуни квадрати.
5. На тежишној дужи AA_1 троугла ABC наћи тачку M тако да збир $AM^2 + BM^2 + CM^2$ буде минималан.

Време за рад 180 минута.