

Друштво математичара Србије  
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

05.02.2000.

Четврти разред – Б категорија

1. За какве природне бројеве  $n$  је број  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)$  дељив са  $1 + 2 + \dots + n$ ?

2. Решити неједначину:

$$\left(\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 1\right) (\log_5 x - 1) + \frac{1}{x} \left(\sqrt{8x - 2x^2 - 6} + 1\right) \leq 0.$$

3. Решити систем једначина:

$$\begin{cases} x + y + z & = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 & = 6 \\ x^3 + y^3 + z^3 & = 10. \end{cases}$$

4. Дато је пресликавање  $f(z) = \frac{z-i}{z+i}$  ( $z$  је комплексан број различит од  $-i$ ). Ако је  $H$  подскуп комплексне равни задат са  $H = \{z \mid \Im z > 0\}$ , одредити скуп свих слика елемената из  $H$  при пресликавању  $f$ .

5. Ако за низ  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  ненегативних реалних бројева постоји реалан број  $\Delta$  такав да за сваки природан број  $n$  важи

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{\sqrt{a_n} - \sqrt{a_1}}{\Delta},$$

доказати да је тај низ аритметички.

Време за рад 180 минута.