

Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

05.02.2000.

Четврти разред – А категорија

1. Доказати да за реалне бројеве a, b, n, p такве да је $a > b > 0$ и $p > n$ важи неједнакост:

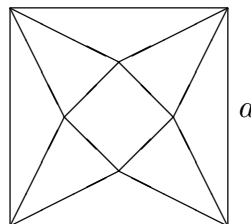
$$\frac{a^p - b^p}{a^p + b^p} > \frac{a^n - b^n}{a^n + b^n}.$$

2. Шта је веће:

а) e^π или π^e ?

б) π^{e^π} или e^{π^e} ?

3. Из квадратног парчета картона странице a изрезана је мрежа праве правилне четворостране пирамиде (као на слици) тако да се при састављању темена квадрата састају у врху пирамиде. Колика треба да буде основна ивица пирамиде да би њена запремина била максимална?



4. За какве природне бројеве n постоји природан број m тако да n дели све бројеве $m + 1, m^m + 1, m^{m^m} + 1, \dots, m^{m^{\dots^m}} + 1, \dots$?
5. На траци од папира написан је низ од 360 цифара: $\underbrace{123123\dots123}_{360}$. Који је највећи број делова на које се трака може расећи тако да сви бројеви на добијеним деловима буду међусобно различити?

Време за рад 180 минута.