

Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

06.02.1999.

Други разред – Б категорија

1. Дата је једначина $x^2 + (3a - 1)x + a$, $a \in \mathbb{R}$. Наћи интервал у коме се мора налазити један од корена да би други био позитиван.

2. Нека су z и u комплексни бројеви, $z \neq i$, $u \neq i$. Доказати да је

$$uzi + u + z \neq i.$$

3. Нека су E и F подножја нормала из тачака B и C на симетралу AD угла CAB троугла ABC (D припада BC). Доказати да је тада

$$AE \cdot DF = AF \cdot DE.$$

4. Нека је $n \in \mathbb{N}$ и

$$m = \left(\frac{1}{\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}} - \frac{1}{\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}} \right)^n.$$

Одредити све n тако да број m буде рационалан.

5. Нека су x и y реални бројеви већи од 1. Доказати да важи

$$\frac{x + y}{1 + xy} < \frac{x}{1 + x} + \frac{y}{1 + y}.$$

Време за рад 180 минута.