

Друштво математичара Србије
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
06.02.1999.

Други разред – А категорија

1. Може ли се круг прекрити са два мања круга?
2. Нека су $a, b, c \in \mathbb{N}$ такви да је $\frac{ab}{a-b} = c$, $(a, b, c) = 1$. Доказати да је $a - b$ потпун квадрат.
3. Наћи реална решења једначине
$$(16x^{200} + 1)(y^{200} + 1) = 16(xy)^{100}.$$
4. Нека су a, b, c, d четири различита комплексна броја. Ако је број $\frac{a-b}{c-b} \cdot \frac{c-d}{a-d}$ реалан, доказати да је и број $\frac{a-b}{d-b} \cdot \frac{d-c}{a-c}$ реалан.
5. Доказати да у произвoљном троуглу ABC важи $OH < 3r$, где је H ортоцентар, O центар описане кружнице и r полу пречник описане кружнице тог троугла.

Време за рад 180 минута.