

Друштво математичара Србије

ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

06.02.1999.

Четврти разред – А категорија

1. Да ли се круг полупречника 5cm може прекрити са три круга полупречника 2cm, 3cm и 4cm?
2. Ако $\log_2(3^x - 1)$, $\log_4(9 + 9^x - 7 \cdot 3^x)$ и $\log_2(3 - 3^x)$ чине узастопне чланове аритметичке прогресије, наћи x .

3. Доказати једнакост:

$$1 + 3 + 6 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \begin{cases} 2^2 + 4^2 + \dots + (2 \cdot \frac{n}{2})^2 & \text{за } n \text{ парно;} \\ 1^2 + 3^2 + \dots + (2 \cdot \frac{n+1}{2} - 1)^2 & \text{за } n \text{ непарно.} \end{cases}$$

4. Доказати да производ шест узастопних природних бројева није пети степен природног броја.
5. У равни је задат конвексан многоугао $A_1A_2A_3 \dots A_n$ ($n \geq 3$) чија страница A_kA_{k+1} има дужину a_k ($A_{n+1} = A_1$). Ако пројекција тог многоугла на праву која садржи страницу A_kA_{k+1} има дужину d_k , доказати да важи

$$\frac{a_1}{d_1} + \frac{a_2}{d_2} + \dots + \frac{a_n}{d_n} > 2.$$

Време за рад 180 минута.